



INSTITUTO TÉCNICO GONZALO SUÁREZ RENDÓN - TUNJA

GUÍA PEDAGÓGICA DE TRABAJO NO PRESENCIAL No. 8

NOMBRE DEL ESTUDIANTE:		CURSO: 11
GRADO: ONCE	CURSO(S): 11(1,2,3,4,5)	TIEMPO: 3 SEMANAS
ÁREA: MATEMÁTICAS	ASIGNATURA(S): MATEMÁTICAS	
DOCENTE: OLGA INÉS CASCANTE MOLINA	No. DE CELULAR: 3054163984	CORREO ELECTRÓNICO: olga.cascante@itgonzalosuarez.edu.co
DESEMPEÑO: Construye sucesiones y series en el sistema de los números reales, hace uso de las propiedades para calcular el límite de una función y utiliza los conceptos de derivación en la solución de ejercicios.		
TEMA	LÍMITE DE FUNCIONES REALES	

Apreciado estudiante, la presente guía tiene por objeto plantear una serie de actividades que usted debe desarrollar de manera autónoma y responsable en su casa haciendo uso de los recursos de los cuales disponga (internet, bibliografía, cuaderno, entre otros). Se le recuerda que las actividades no exigen su desplazamiento fuera de su hogar y que los medios a través de los cuales puede hacer entrega del desarrollo de la guía son: en físico, al correo electrónico del docente o por medio de WhatsApp. Desarrolle cada uno de las actividades de la guía en hojas cuadrículadas, envíe las fotos claras y derechas al correo o al WhatsApp que aparecen en la parte superior de la guía.

ACTIVIDADES DE EXPLORACIÓN



1. Dos jóvenes visitan el parque de diversiones y observando las atracciones buscan similitudes con las funciones y se inquietan por su comportamiento. Observa la montaña rusa y señala los sitios en los que crees que el carro adquiere una mayor velocidad.



Después de discutir con sus compañeros y docente las partes en qué el carrito de la montaña adquiere mayor o menor velocidad ¿Cree que haya una manera de que, con una gráfica, se pueda saber que tan rápido va el carrito en cada lugar de la montaña rusa?, ¿Si, no y por qué?, discute con tus compañeros y, con ayuda de su profesor responde esta pregunta.

ANALIZA: ¿Qué es la posición?

Es la ubicación en un lugar de un objeto. Dado un punto de referencia podemos medir la posición de algún objeto

$$f(t) = -3t^3 + 2t^2 + 5t$$



¿Qué es la velocidad?

Es la razón de cambio de la posición respecto al tiempo. Podemos decir que es la derivada de la distancia con respecto al tiempo.

$$f'(t) = -9t^2 + 4t + 5$$



¿Qué es la aceleración?

Es la razón de cambio de la velocidad respecto del tiempo, por tanto, podemos decir que es la derivada de la velocidad con respecto del tiempo

$$f''(t) = 18t + 4$$





Formalmente, cuando calculamos la derivada de una función lo que estamos calculando es el valor de un límite que mide la razón a la que cambia dicha función con respecto a su variable, respecto a la que derivamos. Las derivadas se usan para el cálculo de velocidades, aceleraciones, optimizar funciones, y una infinidad más de utilidades. **Nos vamos a centrar en el cálculo de la derivada de una función y las reglas de derivación existentes para ello.**

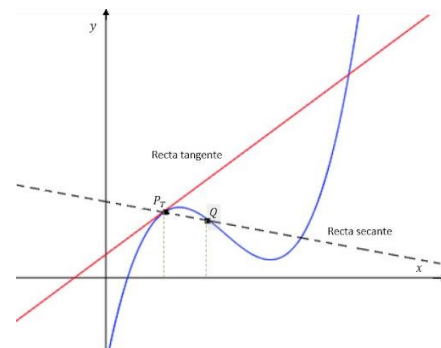
DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

La derivada de una función $f(x)$ notada como $f'(x) = \frac{dy}{dx}$ se define como:

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{si este límite existe.}$$

La derivada es uno de los conceptos más importantes en matemáticas. La derivada es el resultado de un límite y representa **la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto.**

$$m = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



RAZONES DE CAMBIO

Es la medida en la cual una variable se modifica con relación a otra. Se trata de la magnitud que compara dos variables a partir de sus unidades de cambio. En caso de que las variables no estén relacionadas tendrá una razón de cambio igual a cero. La razón de cambio es la derivada de la función respecto al valor de x .

FÓRMULAS DE DERIVACIÓN

La tabla de derivadas contiene las fórmulas de las derivadas para todos los tipos de funciones más frecuentes. Para poder usarla sólo hay que identificar la función que queremos derivar y aplicar la correspondiente fórmula.

Derivada de una constante	$f(x) = c$	$f'(x) = 0$
Derivada de una potencia	$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
Derivada de una constante por una potencia	$f(x) = cx^n$	$f'(x) = c \cdot nx^{n-1}$
Derivada de la suma o resta de funciones	$\frac{d}{dx}(f(x) \pm g(x)) = f'(x) \pm g'(x)$	La derivada de una suma/resta de dos funciones es la suma/resta de las derivadas de estas funciones
Derivada del producto de dos funciones	$\frac{d}{dx}(f(x) \cdot g(x)) = f'(x)g(x) + g'(x) \cdot f(x)$	La derivada del producto de dos funciones es igual a la derivada de la primera función por la segunda sin

		derivar más la derivada de la segunda por la primera sin derivar.
<i>Derivada del cociente de dos funciones</i>	$\frac{d}{dx} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)}$	La derivada del cociente de dos funciones es igual a la derivada del numerador por el denominador sin derivar, menos la derivada del denominador por el numerador sin derivar, todo ello dividido entre el denominador al cuadrado.
<i>Derivada de una función elevada a una potencia</i>	$\frac{d}{dx} (f(x)^n) = n \cdot [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x)$	La derivada de una función elevada a una potencia es la derivada de la función externa por la derivada de la función interna

Ejemplos:

$$1. f(x) = 7 \rightarrow f'(x) = 0$$

$$2. f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$$

$$3. f(x) = x^{-5} \rightarrow f'(x) = -5x^{-6}$$

$$4. f(x) = 7x^{4/3} \rightarrow f'(x) = \frac{28}{3}x^{1/3}$$

$$5. f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 3 \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 5$$

$$6. f(x) = x^{1/2} - 2x^{3/4} - 2x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2} - \frac{3}{2}x^{-1/4} - 2$$

$$7. f(x) = (x^2 + 3)(2x - 5) \rightarrow f'(x) = 2x(2x - 5) + 2(x^2 + 3) \\ = 4x^2 - 10x + 2x^2 + 6 \\ = 6x^2 - 10x + 6$$

$$8. f(x) = \frac{2x^3 + 1}{4x^2 - 5} \rightarrow f'(x) = \frac{6x(4x^2 - 5) - 8x(2x^3 + 1)}{(4x^2 - 5)^2} \\ f'(x) = \frac{24x^3 - 30x - 16x^4 - 8x}{(4x^2 - 5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-16x^4 + 24x^3 - 38x}{(4x^2 - 5)^2}$$

$$9. f(x) = (3x^2 - 3)^3 \rightarrow f'(x) = 3(3x^2 - 3)^2(6x) \\ f'(x) = 18x(3x^2 - 3)^2$$

10. Una pelota rueda sobre un plano inclinado de forma que la distancia que recorre al cabo de 3 segundos está dada por la función: $s(t) = 2t^3 + 3t^2 + 4$ donde s se mide en centímetros y t en segundos. Halle la velocidad de la pelota y la aceleración instantánea en t=2 seg.

Como la velocidad es la derivada de la función entonces: $s'(t) = 6t^2 + 6t$

En $t = 2$ seg $s'(2) = 6(2)^2 + 6(2) = 36 \text{ cm/s}$

La velocidad de la pelota en $t=2$ seg es 36 cm/s

La aceleración es la derivada de la velocidad entonces: $s''(t) = 12t + 6$

En $t = 2$ seg $s''(t) = 12(2) + 6 = 30 \text{ cm}^2/\text{s}$

La aceleración de la pelota en $t = 2$ seg es $30 \text{ cm}^2/\text{s}$

11. Halle la pendiente de la recta tangente a la curva $f(x) = 2x - x^3$ en el punto $(-2, 4)$

Como la pendiente de la recta tangente a una curva es la derivada entonces

$$f'(x) = m = 2 - 3x^2$$

$$\text{en el punto } x = -2 \rightarrow m = 2 - 3(-2)^2 = -10$$

ACTIVIDADES DE TRANSFERENCIA Y VALORACIÓN



Calcule la derivada de las siguientes funciones algebraicas

1. $f(x) = 3x^5$

2. $f(x) = 5x^4 + 2x^3 - 3$

3. $f(x) = 5x^3 - 7x^2 + 2x - 3$

4. $f(x) = 9x^{-3} + 4x^2 - \sqrt{x^3} - \frac{2}{x^4}$

5. $f(x) = (2x - 3)(5x + 1)$

6. $f(x) = (3x^2 - 5x)(2x^3 + 3)$

7. $f(x) = \frac{x}{x-1}$

8. $f(x) = \frac{x^2+1}{5x-2}$

9. $f(x) = (9x^3 - 5x + 2)^2$

10. $f(x) = \sqrt{x^3 + 5x - 3}$

11. $y = (2x^2 - 4)^2(x^3 - 1)^3$

12. $y = \left(\frac{x^3-1}{2x^3+1}\right)^4$

13. Un móvil se desplaza de acuerdo con la expresión $s(t) = 4t^2 + 5t - 4$. Donde s se mide en metros y t en segundos. Calcule la velocidad y la aceleración del móvil para $t=5$ seg.

14. Halle el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva $f(x) = \frac{6x^2+3x}{2x-1}$ en el punto $(1, 9)$

15. Una enfermedad azota una ciudad y los médicos estiman que el número de personas enfermas está dado por la función $f(x) = -x^3 + 60x^2$ donde x es el tiempo medido en días desde el principio de la epidemia.

- ¿Cuántas personas se habrán enfermado después de 8 y 10 días respectivamente?
- ¿Cuál es la razón de propagación de la enfermedad con respecto al tiempo?

16. Andrés pone una taza de café en el microondas esta alcanza una temperatura de 80°C . Luego la saca y la deja expuesta a 20°C , que es la temperatura ambiente en ese momento, y obtiene la expresión $T(t) = 80 - 3t + 0.16t^2$ que relaciona dicha temperatura con el tiempo t .

¿Cuál es la razón de cambio de la temperatura con respecto al tiempo?

ACTIVIDAD RECREATIVA

2,5		5,4
	13,5	
		72,9

$$\text{🍏} + \text{🍏} + \text{🍏} = 30$$

$$\text{🍏} + \text{🍌} + \text{🍌} = 18$$

$$\text{🍌} - \text{🥥} = 2$$

$$\text{🥥} + \text{🍏} + \text{🍌} = ??$$

1. Complete el cuadro mágico con números decimales

2. Halle el valor de la suma

3. En una carrera, un corredor adelanta al que va segundo. ¿En qué posición se coloca?

REJILLA DE AUTOEVALUACIÓN:

Diligencie la rejilla colocando, según la escala de 1 a 5, la autovaloración que considera en cada criterio según su desempeño.

ORGANIZACIÓN	PUNTUALIDAD	COMPRENSIÓN	USO DE RECURSOS	HONESTIDAD	PROMEDIO

RECURSOS

Vamos a aprender matemáticas 11° Ministerio de Educación Nacional, Libro del Estudiante
Introducción al cálculo, grado 11. Editorial Santillana

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/atc/Estudiantes_Matematicas.pdf

<https://ieohjkmathjorge.blogspot.com/2020/10/guia-7-grado-once-matematicas-derivadas.html>

https://drive.google.com/file/d/1Z8LqNXa_UOr_3XAQSfdqD45ioAvHPwLV/view