



INSTITUTO TÉCNICO GONZALO SUÁREZ RENDÓN - TUNJA

GUÍA PEDAGÓGICA DE TRABAJO NO PRESENCIAL No. 8

NOMBRE DEL ESTUDIANTE:		CURSO:
GRADO: DÉCIMO	CURSO(S): 1, 2, 3, 4, 5	TIEMPO: 3 SEMANAS
ÁREA: MATEMÁTICAS	ASIGNATURA(S): MATEMÁTICAS	
DOCENTE: IRSA SOFÍA LIZARAZO CELY	No. DE CELULAR: 3132444345	CORREO ELECTRÓNICO: intemate2010@gmail.com

DESEMPEÑO: Identifica las identidades trigonométricas, y las usa en la resolución de ecuaciones.

TEMA: IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

Apreciado estudiante, la presente guía tiene por objeto plantear una serie de actividades que usted debe desarrollar de manera autónoma y responsable en su casa haciendo uso de los recursos de los cuales disponga (internet, bibliografía, cuaderno, entre otros). Se le recuerda que las actividades no exigen su desplazamiento fuera de su hogar y que los medios a través de los cuales puede hacer entrega del desarrollo de la guía son: en físico, al correo electrónico del docente o por medio de WhatsApp.

(Solo debe enviar el desarrollo, las guías son para usted)

ACTIVIDADES DE EXPLORACIÓN

En guías anteriores se trató el tema de razones trigonométricas. Escriba las seis razones aprendidas a continuación:

Senβ=

Cosβ=

Tanβ=

Cotβ=

Secβ=

Cscβ=

ACTIVIDADES DE ESTRUCTURACIÓN Y PRÁCTICA

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

El concepto de identidades trigonométricas es un concepto que se utiliza en el ámbito de las matemáticas para hacer referencia a las funciones trigonométricas variables que pueden encontrarse en una figura geométrica. La trigonometría es la rama de las matemáticas que se especializa en el análisis y estudio de los triángulos, especialmente en las formas, significados y valores de los diferentes ángulos que pueden existir. Las identidades trigonométricas serán, entonces, los resultantes de esos valores que son variables y muy diversos entre uno y otro.

Las identidades trigonométricas son igualdades que involucran funciones trigonométricas. Estas identidades son siempre útiles para cuando necesitamos simplificar expresiones que tienen incluidas funciones trigonométricas, cualesquiera que sean los valores que se asignen a los ángulos para los cuales están definidas estas razones. Las identidades trigonométricas nos permiten plantear una misma expresión de diferentes formas. Para simplificar expresiones algebraicas, usamos la factorización, denominadores comunes, entre otros.

Hay varias identidades trigonométricas. A continuación, se mencionarán algunas:

Las identidades trigonométricas por cociente que se utilizan en la resolución de problemas de trigonometría son:

$$\begin{aligned} 1) \tan \theta &= \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} \\ 2) \cot \theta &= \frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta} \\ 3) \sec \theta &= \frac{1}{\cos \theta} \\ 4) \csc \theta &= \frac{1}{\text{sen } \theta} \end{aligned}$$

Ejemplo 1:

Demostrar que $\cos\theta \tan\theta = \operatorname{sen}\theta$

Sustituimos $\tan\theta$ por la identidad 1), así:

$$\cos\theta \left(\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} \right) = \operatorname{sen}\theta$$

Hacemos la multiplicación:

$$\frac{\cos\theta \operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = \operatorname{sen}\theta$$

Cancelamos $\cos\theta$, quedando como resultado

$\operatorname{sen}\theta = \operatorname{sen}\theta$; y queda demostrada la ecuación.

Ejemplo 2:

Demostrar que $\tan\theta \cot\theta = 1$

Sustituimos $\tan\theta$ y $\cot\theta$ por las identidades 1) y 2), así:

$$\left(\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} \right) \left(\frac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta} \right) = 1$$

Hacemos la multiplicación:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta \cos\theta}{\cos\theta \operatorname{sen}\theta} = 1$$

Cancelando $\operatorname{sen}\theta$ y $\cos\theta$ queda como resultado $1=1$; y queda demostrada la ecuación.

Ejemplo 3:

Demostrar que $\frac{\csc\theta}{\sec\theta} = \cot\theta$

Sustituimos $\csc\theta$ y $\sec\theta$ por las identidades 3) y 4), así:

$$\frac{\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}}{\frac{1}{\cos\theta}} = \cot\theta$$

Hacemos producto de medios y extremos, quedando así:

$$\frac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta} = \cot\theta$$

Y de acuerdo a la identidad 2), se tiene que:

$\cot\theta = \cot\theta$; y queda demostrada la ecuación.

IDENTIDADES PITAGÓRICAS

Las identidades trigonométricas pitagóricas reciben este nombre porque se originan del Teorema de Pitágoras, y son:

$$1) \operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$2) 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

$$3) \tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

Ejemplo:

Demostrar que $\frac{\cot \theta \sec^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta} = \tan \theta$

Solución:

$$\begin{aligned}\frac{\cot \theta \sec^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta} &= \frac{\left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right) \left(\frac{1}{\cos \theta}\right)^2}{\csc^2 \theta} \\&= \frac{\left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right) \left(\frac{1}{\cos^2 \theta}\right)}{\left(\frac{1}{\sin \theta}\right)^2} \\&= \frac{\cos \theta}{\sin \theta \cos^2 \theta} \\&= \frac{1}{\sin^2 \theta} \\&= \frac{\sin^2 \theta \cos \theta}{\sin \theta \cos^2 \theta} \\&= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\&= \tan \theta\end{aligned}$$

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Resuelve las ecuaciones trigonométricas:

1 $2 \cos x \cdot \tan x - 1 = 0$

Usando identidades trigonométricas, convertimos la tangente en seno y coseno

$$2 \cos x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} - 1 = 0$$

$$2 \cdot \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$x_1 = 30^\circ$$

$$x_2 = 150^\circ$$

De forma general:

$$x_1 = 30^\circ + 360^\circ \cdot k$$

$$x_2 = 150^\circ + 360^\circ \cdot k$$

$$\text{con } k \in \mathbb{Z}$$

$$2 \quad \cos^2 x - 3 \sin^2 x = 0 \text{ para } 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$$

De la identidad pitagórica del seno y coseno $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ podemos deducir que $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, por lo que la ecuación se reescribe como:

$$1 - \sin^2 x - 3 \sin^2 x = 0$$

Agrupamos términos semejantes y despejamos la x

$$1 - 4 \sin^2 x = 0$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x = \arcsin\left(\pm \frac{1}{2}\right)$$

$$x_1 = 30^\circ \quad x_2 = 150^\circ \quad x_3 = 210^\circ \quad x_4 = 330^\circ$$

ACTIVIDADES DE TRANSFERENCIA Y VALORACIÓN

ACTIVIDAD 1

Verificar las siguientes identidades trigonométricas:

$$1. \quad \sec^2 x + \csc^2 x = (\sec^2 x)(\csc^2 x)$$

$$2. \quad \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1$$

$$3. \quad (1 + \cos x)(1 - \cos x) = \sin^2 x$$

$$4. \quad \sec \theta + [(\cos \theta)(\cot \theta)] = \csc \theta$$

$$5. \quad \frac{1}{1 + \sin \beta} + \frac{1}{1 - \sin \beta} = 2 \sec^2 \beta$$

$$6. \quad \frac{1}{\cot^2 x} + \frac{1}{(\sin x)(\csc x)} = \sec^2 x$$

$$7. \quad \frac{\tan^2 A + 1}{\cot^2 A + 1} = \tan^2 A$$

$$8. \cos \beta \left(\sec \beta - \frac{\cot \beta}{\csc \beta} \right) = \sec^2 \beta$$

$$9. \frac{\csc \theta}{\sec \theta} = \cot \theta$$

$$10. \frac{\sec \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sec \alpha}$$

ACTIVIDAD 2

Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$$1. 2\cos^2 x + 3 \cos x = -1$$

$$2. 2 \sec^2 x + 7 \sec x = 4$$

$$3. 2\sec^2 \theta - 5\sec \theta + 2 = 0$$

$$4. 8\cos^2 \theta = 1 - 2 \cos \theta$$

$$5. 2\cos^2 \phi + \cos \phi = 0$$

REJILLA DE AUTOEVALUACIÓN:

Diligencie la rejilla colocando, según la escala de 1 a 5, la autovaloración que considera en cada criterio según su desempeño.

ORGANIZACIÓN	PUNTUALIDAD	COMPRENSIÓN	USO DE RECURSOS	HONESTIDAD	PROMEDIO

RECURSOS

El estudiante puede apoyarse en el video guía, libros, o consultando a la docente, si lo requiere.

Si las va a desarrollar para entregarlas en medio físico, debe hacerlo en hojas, todas debidamente marcadas con nombre completo y grado. Las guías las debe conservar usted. Si tiene la posibilidad de enviarlas vía correo electrónico o por Whatsapp, las puede desarrollar en el cuaderno y tomarle fotos. Debe escribir el nombre completo y el grado. La idea es que no deba salir de su casa.