



INSTITUTO TÉCNICO GONZALO SUÁREZ RENDÓN - TUNJA

GUÍA PEDAGÓGICA DE TRABAJO NO PRESENCIAL No. 7

NOMBRE DEL ESTUDIANTE:		CURSO:
GRADO: OCTAVO	CURSO(S): 8-3, 8-4 Y 8-5	TIEMPO: TRES SEMANAS
ÁREA: MATEMÁTICAS	ASIGNATURA(S): MATEMÁTICAS	
DOCENTE: ELVA LUCIA NIÑO	No. DE CELULAR: 3175752274	CORREO ELECTRÓNICO: elva.nino@itgonzalosuarez.edu.co
DESEMPEÑO: Reconocer algunos productos notables y casos de factorización a partir de la descomposición y medición del área de cuadrados y rectángulos		
TEMA: PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN.		

Apreciado estudiante, la presente guía tiene por objeto plantear una serie de actividades que usted debe desarrollar de manera autónoma y responsable en su casa haciendo uso de los recursos de los cuales disponga (internet, bibliografía, cuaderno, entre otros). Se le recuerda que las actividades no exigen su desplazamiento fuera de su hogar y que los medios a través de los cuales puede hacer entrega del desarrollo de la guía son: en físico, al correo electrónico del docente o por medio de WhatsApp.

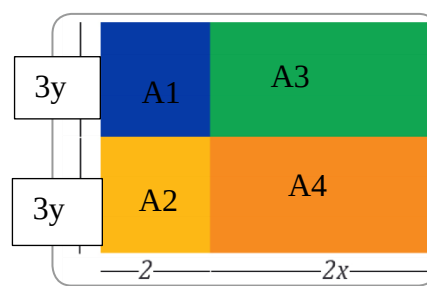
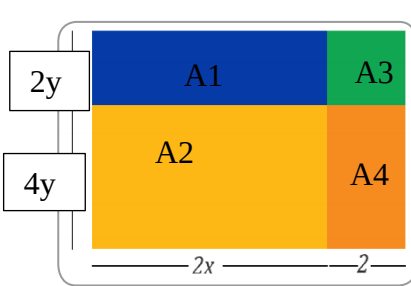
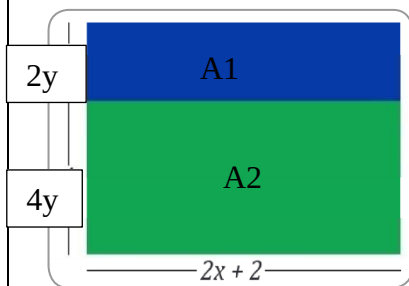
Lea detenidamente la información, **complemente viendo los videos**, analice los ejemplos y desarrolle todo.

ACTIVIDADES DE EXPLORACIÓN



En la anterior guía aprendió a operar monomios y polinomios, en la presente guía trabajaremos los productos notables versus los casos de factorización más relevantes.

- Para cada uno de los siguientes rectángulos halla sus **áreas** y escribe la expresión algebraica que identifique el área total.

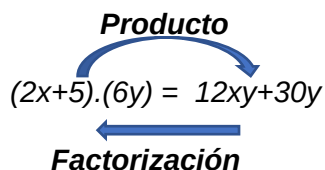


ACTIVIDADES DE ESTRUCTURACIÓN Y PRÁCTICA



PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN

Los productos notables son multiplicaciones con expresiones algebraicas cuyo resultado se puede escribir mediante simple inspección, aplicando ciertas reglas fijas. **Factorizar** una expresión algebraica consiste en **expresarla como un producto** de expresiones algebraicas de menor grado, es decir, **Factorizar** es el **proceso inverso a la multiplicación**.



Ejemplo: Si multiplico $(2x+5) \cdot (6y)$ obtengo $12xy+30y$. Si **factorizo** este resultado debo expresarlo en **factores primos** y obtendré que $12xy+30y = (2x+5) \cdot (6y)$; he regresado nuevamente al producto indicado.

Factor común Monomio: Toda multiplicación de un monomio por un polinomio genera una expresión algebraica **factorizable**. Este caso de Factorización se conoce como Factor común Monomio.

<https://www.youtube.com/watch?v=TdmQI3vOXEc>

Ejemplo: Hallar la base y altura del rectángulo cuya áreas es $24x^8y^4z - 56x^9y^5z - 80x^{10}y^6z$

Para conocer la base y altura **factorizo**, es decir, descompongo en factores primos, siguiendo este proceso:

i). Hallo el **Máximo Común Divisor** de los coeficientes: **MCD (24, -56 y -80) es 8**

ii). Se toma del polinomio, las variables con el exponente más pequeño: x^8, y^4, z obteniendo el primer factor: **$(8x^8y^4z)$**

iii). Cada término del polinomio lo divido en este primer factor: $(24x^8y^4z) \div (8x^8y^4z) = 3$,

$$(-56x^9y^5z) \div (8x^8y^4z) = -7xy, \quad (-80x^{10}y^6z) \div (8x^8y^4z) = -10x^2y^2$$

iv). Finalmente obtengo: $24x^8y^4z - 56x^9y^5z - 80x^{10}y^6z = (8x^8y^4z) \cdot (3 - 7xy - 10x^2y^2)$

Primer factor

segundo factor

Respuesta: La base y la altura del rectángulo son los factores: **$(8x^8y^4z)$** , **$(3 - 7xy - 10x^2y^2)$**

Reta tus conocimientos I. Factoriza los siguientes polinomios utilizando factor común polinomio:

a. $9x^2 + 12x^3y + 27x^4y^2 + 6x^5y^3$

b. $-15x^4y + 47x^5y^2 + 22x^6y^3 - 40x^7y^4$

c. $24p^2 + 16p^3q + 12p^4q^2$

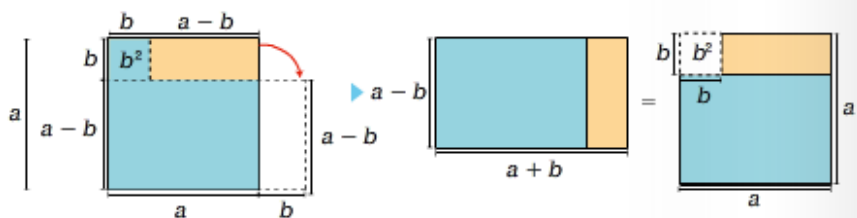
d. $25a^3b^3 + 35a^2b^2 + 40ab^3$

A continuación, estudiaremos al tiempo cada **producto notable** y el **caso de factorización** correspondiente. Será muy fácil si tienes en cuenta las reglas para cada producto notable y para cada caso de factorización.

1. Producto notable: SUMA POR DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES.

Veamos la **interpretación geométrica** y el **desarrollo algebraico** de este producto.

La suma por la diferencia de dos términos se puede mostrar como el área de un rectángulo cuyas medidas de los lados son $a + b$ y $a - b$.



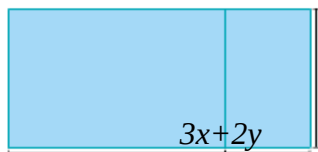
Multiplicando obtenemos:

$$\begin{array}{r} a + b \\ a - b \\ \hline - ab - b^2 \\ a^2 + a.b \\ \hline a^2 - b^2 \end{array}$$

La suma por la diferencia de dos términos es igual a la diferencia de los cuadrados de dichos términos:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$3x-2y$



Ejemplo: Hallar el área del rectángulo.

El área del rectángulo es el producto: $(3x+2y) \cdot (3x - 2y)$

Aplicando la regla y resolviendo las potencias obtengo:

$$(3x+2y) \cdot (3x - 2y) = (3x)^2 - (2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$$

Respuesta: El área del rectángulo es $9x^2 - 4y^2$

1º caso : FACTORIZACIÓN DE LA DIFERENCIA DE CUADRADOS.

La factorización de la **diferencia de cuadrados** es igual a la **suma por diferencia de dos cantidades**, por ser procesos recíprocos o inversos.

Para factorizar una diferencia de cuadrados se extrae la raíz cuadrada de cada término (minuyendo y sustraendo) y se multiplica la suma de estas raíces cuadradas por sus diferencias.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplo: factorizar $16x^2 - 36y^2$ Para el **desarrollo** sigo los siguientes pasos.

- **Extraigo raíz** cuadrada a cada término: $\sqrt{16x^2} = 4x$ y $\sqrt{36y^2} = 6y$
- **Indico** la suma por diferencia de estas cantidades obtenidas: $(4x + 6y) \cdot (4x - 6y)$

Respuesta: $16x^2 - 36y^2 = (4x + 6y) \cdot (4x - 6y)$.

Reta tus conocimientos II.

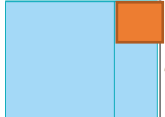
1. Halla los productos notables.

- a. $(2x + 6) \cdot (2x - 6)$ b. $(5m - 8n) \cdot (5x + 8n)$ c. $(x + 7y) \cdot (x - 7y)$
d. $(3p - 10q) \cdot (3p + 10q)$ e. $(xy + 9z) \cdot (xy - 9z)$ f. $(4x^3 - y) \cdot (4x^3 + y)$

2. Halla el área o los lados de cada rectángulo según corresponda.



$5m + 3n$
 $5m - 3n$
A = _____



Área: $36p^2 - 49$
L = _____



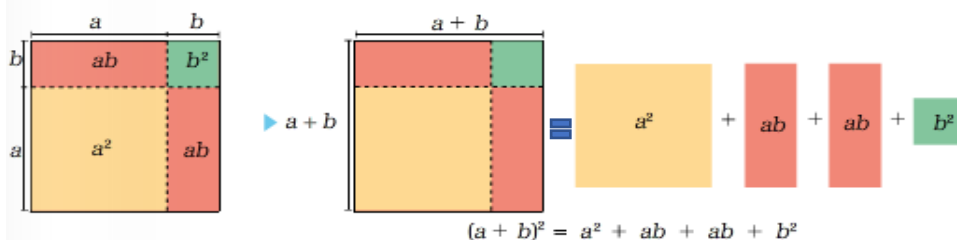
$r + 8n$
 $r - 8n$
A = _____

3. Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados

- a. $25x^2 - 49y^2$ b. $81m^2 - 64n^2$ c. $125x^2 - 36$ d. $100x^4 - y^2$ e. $8p^2 - 9y^2$ f. $225q^6 - 4y^2$

2. Producto notable: CUADRADO DE UN BINOMIO $(a \pm b)^2$

Verificar geométicamente que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.



Verificar algebraicamente que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) && \text{Se expresa la potencia como producto.} \\ &= a(a + b) + b(a + b) && \text{Se aplica la propiedad distributiva.} \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 && \text{Se reducen los términos semejantes.} \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Es decir, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

El **cuadrado de un binomio** es igual al cuadrado del primer término, **más o menos** el doble del producto del primer término por el segundo término, más el cuadrado del segundo término. Se tiene dos opciones según el signo del binomio:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

o

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

binomio positivo: los signos del trinomio son **positivos**

Binomio negativo: signos intercalados

Ejemplo:

Usar productos notables para resolver $(3x + 5)^2$.

$(3x + 5)^2$ es el cuadrado de la suma de dos términos, así que se aplica el producto notable.

El primer término es $3x$ y el segundo es 5 .

El primer término al cuadrado.

$$(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5) + 5^2$$

Dos veces el producto del primer término por el segundo.

$$= 9x^2 + 30x + 25$$

El segundo término al cuadrado.

2° caso: FACTORIZACIÓN DEL TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (tcp).

Un **trinomio cuadrado perfecto** se factoriza como un **binomio al cuadrado**.

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto se extrae la raíz cuadrada del primer y el tercer término y se separan estas raíces por el signo del segundo término. El binomio así formado, se eleva al cuadrado.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

o

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Ejemplo: Calcular la longitud de los lados de un cuadrado de área $16x^2 + 48xy + 36y^2$

Desarrollo: Para hallar el lado del cuadrado factorizo el trinomio que determina el área del cuadrado.

Sigo los siguientes pasos para factorizar un trinomio cuadrado perfecto.

i) Se halla las raíces de los cuadrados perfectos: $\sqrt{16x^2} = 4x$ y $\sqrt{36y^2} = 6y$

ii) Se verifica que el doble producto de esas raíces sea exactamente el segundo término del polinomio.

$$2 \cdot (4x) \cdot (6y) = 48xy$$

iii) Se factoriza la expresión y se obtiene $(4x + 6y)^2$, luego $16x^2 + 48xy + 36y^2 = (4x + 6y)^2$

Respuesta: La longitud de cada lado del cuadrado es $(4x + 6y)$

Reta tus conocimientos II.

1. Halla el área de los cuadrados o el lado del cuadrado según se solicite.



$$A = 25x^2 + 20xy + 4y^2$$

$$L = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$A = 9m^2 - 36mn + 36y^2$$

$$L = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$L = (7p + 4q)$$

$$A = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$L = (6z - 8)$$

$$A = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Resuelve los cuadrados usando productos notables:

a. $(2x - 3y)^2$

b. $(3x + 2y)^2$

c. $(4m - 3n)^2$

d. $(3p + 4b)^2$

e. $(7g + 5)^2$

f. $(6z^3 - 4h)^2$

3. Determine si cada trinomio es trinomio cuadrado perfecto; si lo es, **factorice**.

a. $25b^2 + 70ab + 49a^2$

b. $16p^2 + 70ap + 64a^2$

c. $h^2 - 20hk + 10k^2$

d. $49x^2 + 56xy + 64y^2$

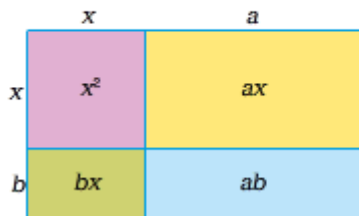
e. $9x^2 - 66xy + 121y^2$

f. $r^2 + 4rs - 4s^2$

4. Producto notable: PRODUCTO DE LA FORMA $(x+a) \cdot (x+b)$.

Veamos la **interpretación geométrica** y el **desarrollo algebraico** de este producto.

Este producto notable se puede demostrar mediante el área de un rectángulo de lados $x + a$ y $x + b$.



El área del rectángulo grande es igual a la suma de las áreas de las regiones que lo forman.

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab.$$

$$\begin{array}{r} x + a \\ x + b \\ \hline x^2 + a \cdot x + b \cdot x - ab \\ \hline x^2 + (a+b)x + ab \end{array}$$

Factorizo la x

El producto de la forma $(x + a)(x + b)$ o producto de binomios con un término común: es igual al cuadrado del término común x^2 , más el producto de la suma de los dos términos no comunes por el término común $(a + b)x$, más el producto de los términos no comunes $(a \cdot b)$. Esto es:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Pasos a seguir para resolver el producto notable $(x + a)(x + b)$

Ejemplo. Resolver la multiplicación $(w-3) \cdot (w-7)$ utilizando el producto notable.

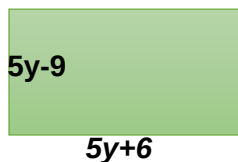
Desarrollo: i. Escribo la regla del producto notable que dice $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$.

ii. Reemplazo valores en la fórmula: $(w-3) \cdot (w-7) = w^2 + [(-3) + (-7)] \cdot w + (-3) \cdot (-7)$

iii. Desarrollo y resuelvo operaciones: $= w^2 - 10w + 21$

iv. Escribo la respuesta: $(w - 3) \cdot (w - 7) = w^2 - 10w + 21$

Ejemplo. Hallar el área del rectángulo que tiene de base $(5y + 6)$ y de altura $(5y - 9)$



Desarrollo: Para hallar el área del rectángulo multiplico la base por la altura: $(5y + 6) \cdot (5y - 9)$

i. Escribo la regla del producto notable que dice

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

ii. Reemplazo valores: $5y + 6) \cdot (5y - 9) = (5y)^2 + [(6) + (-9)] \cdot (5y + 6) \cdot (-9)$

iii. Desarrollo y resuelvo operaciones $= (5y)^2 - 15y - 54$

Luego se tiene: $(5y + 6) \cdot (5y - 9) = 25y^2 - 15y - 54$

iv. Respuesta: El área del rectángulo está determinada por el trinomio $25y^2 - 15y - 54$

3° caso: FACTORIZACIÓN DEL TRINOMIO DE LA FORMA: $x^2 + mx + n$

Los trinomios de la forma $x^2 + mx + n$ se factorizan como un producto de binomios con un término común.

Para factorizar trinomios de la forma $x^2 + mx + n$ se extrae la raíz cuadrada del primer término y este resultado se escribe en dos paréntesis; luego se busca dos números que sumados den el segundo coeficiente (m) y a su vez, multiplicados, den el tercer coeficiente (n) del trinomio.

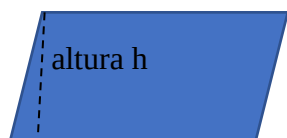
$$x^2 + m \cdot x + n = (x \pm a) \cdot (x \pm b) \text{ Donde, } a + b = m \text{ y } a \cdot b = n$$

Pasos a seguir para resolver la factorización de trinomios de la forma: $x^2 + m.x + n$

- Escribo el trinomio y reviso que tenga la forma $x^2 + m.x + n$
- Hallo la raíz** cuadrada del primer término, generalmente $\sqrt{x^2} = x$ y distribuyo en dos paréntesis: $(x \quad) . (x \quad)$
- Busco dos números** que sumados o restados den el coeficiente del segundo término m y su vez multiplicados den el tercer coeficiente n . (puede utilizar método de ensayo error).

Escribo la **respuesta**

Ejemplo: Hallar la base y la altura de un paralelogramo que tiene por área el trinomio $x^2 + 9.x + 20$.



Desarrollo: El área del paralelogramo es base por altura: $A = b.h$, entonces, para hallar b y h sólo tengo que factorizar y hallar los factores del trinomio de la forma:

$$x^2 + m.x + n = (x \pm a). (x \pm b)$$

- Escribo el trinomio: $x^2 + 9.x + 20$. Y verifico
- Hallo la raíz** cuadrada del primer término es: $\sqrt{x^2} = x$ y este valor lo distribuyo en dos paréntesis: $(x \quad) . (x \quad)$
- Busco dos números** que sumados o restados den el coeficiente del segundo término que es $+9$ y su vez multiplicados den el tercer coeficiente que es $+20$. (puede utilizar método de ensayo error). Estos dos números son **4 y 5** porque $4 + 5 = 9$ y $4 * 5 = 20$. Los distribuyo en los paréntesis y obtengo la factorización: $x^2 + 9.x + 20 = (x + 4). (x + 5)$.
- Respuesta:** La base y la altura del paralelogramo son $(x + 4)$ y $(x + 5)$.

Ejemplo: El polinomio que describe las utilidades de una empresa que fabrica vehículos de gama media corresponde al trinomio $v^2 - 14.v + 24$, donde v representa la cantidad de vehículos fabricados.

- Factorizar la expresión.
- ¿Para cuáles valores de la variable v , las utilidades de la empresa son nulas?

Desarrollo:

- Factorizo el trinomio: $v^2 - 14.v + 24$.
- Hallo la raíz** cuadrada de: $\sqrt{v^2} = v$ y la distribuyo en dos paréntesis: $(v \quad) . (v \quad)$
- Busco dos números** que sumados o restados den -14 y multiplicados den $+24$, (tengo en cuenta los signos)
Estos dos números son **-12 y -2** porque $(-12) + (-2) = -14$ y $(-12) * (-2) = 24$.
- Los distribuyo en los paréntesis y obtengo la factorización:
$$v^2 - 14.v + 24 = (v - 12). (v - 2).$$

b. Para hallar los valores de la variable v , donde las utilidades de la empresa sean nulas (cero pesos), se iguala a cero el trinomio. $v^2 - 14.v + 24 = 0$. obtengo una ecuación cuya solución es la factorización: $(v - 12). (v - 2) = 0$ (que ya habíamos hallado).

Para que el producto sea cero uno o los dos factores deben ser cero.

Por lo anterior igualo cada factor a cero y despejo: $v - 12 = 0$, entonces $v = 12$.

$$v - 2 = 0, \text{ entonces } v = 2.$$

Respuesta: Las utilidades de la empresa son nulas si se producen 2 o 12 vehículos, además generan pérdidas cuando se fabrican entre (2 y 12) vehículos.

Reta tus conocimientos IV.

- Aplica el producto notable.
a. $(x + 4)(x + 2)$ b. $(k - 3)(k - 6)$ c. $(r + 7)(r - 10)$ d. $(y - 8)(y - 2)$ e. $(p + 6)(p - 14)$ f. $(h - 5)(h + 9)$
- Factoriza los trinomios.
a. $x^2 + 8x + 7$ b. $y^2 + 10y + 24$ c. $p^2 - 5p + 6$ d. $x^2 - 14x + 45$ e. $k^2 - 9k - 36$

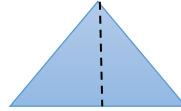
3. Determine el área o los elementos que se solicitan.



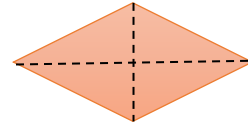
base = $p+12$
altura = $p-5$
 $A =$ _____



$A = x^2 + 20x + 50$
 $b =$ _____
 $a =$ _____



base = $m+8$
altura = $m-3$
 $A =$ _____



$A = 2c^2 + 10c + 8$
 $D =$ _____
 $d =$ _____

TRANSFERENCIA Y VALORACIÓN



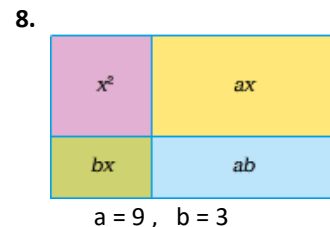
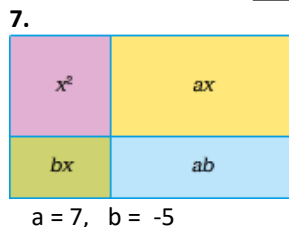
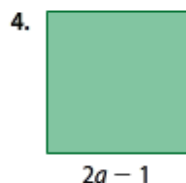
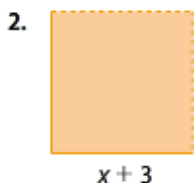
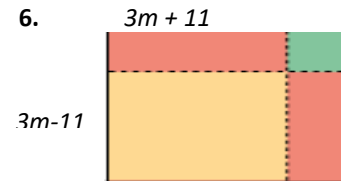
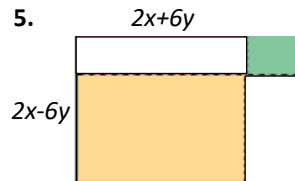
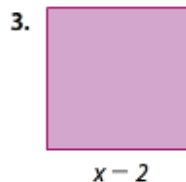
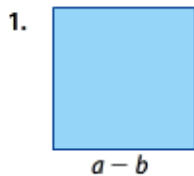
1. Identifique cada producto notable y determine si las igualdades son o no correctas.

- a. $(5 - 2x)^2 = 4x^2 - 20x + 25$ _____ e. $(3x^2 - 4y)^2 = 9x^4 - 16y^2 + 24x^2y$ _____
b. $(v - 1) \cdot (v - 2) = v^2 - 2v + 2$ _____ f. $(p - 12) \cdot (p - 4) = p^2 - 16p + 48$ _____
c. $64a^2 - 225b^2 = (8a + 15b)(8a - 15b)$ _____ g. $(4a)^2 - (7b)^2 = (4a + 7b)(4a - 7b)$ _____
d. $(5x^4y)(-7x^5y^2 + 2x^6y^3 - 4x^7y^4) = 35x^9y^3 + 10x^{10}y^4 - 20x^{11}y^5$ _____

2. Escribe los términos que faltan en cada una de las siguientes igualdades nombrando el caso de factorización indicado en cada ejercicio.

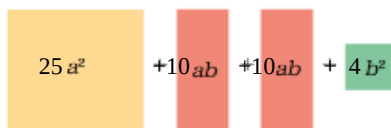
- a) $x^2 - 16 = (x + \boxed{})(x - \boxed{})$ d) $x^2 - 15x + 54 = (x + \boxed{})(x + \boxed{})$
b) $9x^2 - 144 = (x - \boxed{})(x + \boxed{})$ e) $x^2 - 14 + 49 = (x + \boxed{})(x + \boxed{})$
c) $4x^2 - \boxed{} = (x + 9y^2)(x + \boxed{})$ f) $x^2 - 12x + 20 = (x + \boxed{})(x + \boxed{})$

3. Halla el área y perímetro de cada uno de los cuadrados o rectángulos y escriba el producto notable que se utilizó en cada caso para hallar el área. Luego, simplifica cada expresión.



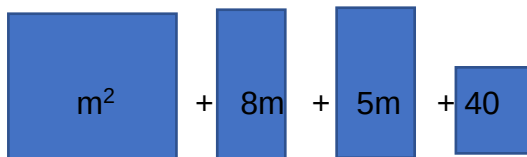
4. Resolver las situaciones problema:

- a. Un ganadero compra uno a uno 4 lotes que tienen las siguientes medidas.



Los lotes están ubicados uno al lado del otro, de tal forma que juntos conforman un cuadrado. Como los lotes se adquieren uno a uno, determina el área del terreno que adquiere el ganadero cada vez que adquiere un nuevo lote y grafica la organización de los 4 lotes.

- b. Un agricultor compra a sus 4 hermanos los 4 lotes contiguos que les correspondió de herencia. Los lotes juntos conforman un rectángulo. Como los lotes se adquieren uno a uno, determina el área del terreno que adquiere el agricultor cada vez que adquiere un nuevo lote y grafica la organización de los 4 lotes



5. Entra a la página web de Colombia aprende utilizando el siguiente enlace: <http://contenidos.colombiaaprende.edu.co/contenidos-para-aprender> entrar, ubicar la página de inicio seguir la siguiente ruta:

Ver contenidos, Básica secundaria, Grado 8°, Matemáticas, Derecho Básico de Aprendizaje 10 Allí seleccionar el ítem: **Construcción de expresiones algebraicas equivalentes al hallar áreas o volúmenes.** En esta ventana aparece unas opciones con sus respectivos íconos entrar a las siguientes opciones leer detenidamente y realizar lo solicitado.

En la opción **Introducción** ver el video.

En la opción **Desarrollo** resolver las actividades 1,2,3,4,5 que se proponen y hacer llegar fotos.

En la opción **Resumen** Leer y clarificar conceptos.

En la opción **Tarea** realice el ejercicio.

REJILLA DE AUTOEVALUACIÓN:

Diligencie la rejilla colocando, según la escala de 1 a 5, la autovaloración que considera en cada criterio según su desempeño en la presente guía.

ORGANIZACIÓN	PUNTUALIDAD	COMPRENSIÓN	USO DE RECURSOS	HONESTIDAD	PROMEDIO

RECURSOS

Referencias Bibliográficas

- MEN. (2020) Colombia Aprende.
- Proyecto saberes Matemáticas . (2018). Bogotá: Santillana.
- Vamos a aprender Matemáticas 8 del MEN

Videos recomendados

- Binomio al cuadrado: <https://www.youtube.com/watch?v=9HGpLUvAuhI>
- Diferencia de cuadrados: https://www.youtube.com/watch?v=DUM1tD_b-qA
- Binomio con un término común: <https://www.youtube.com/watch?v=wLj5ULIfUI>
- Que es factorizar <https://www.youtube.com/watch?v=sSfO1CsKJ4g>
- Factor común monomio: <https://www.youtube.com/watch?v=MmNx9X9dz0>
- Trinomio cuadrado perfecto: <https://www.youtube.com/watch?v=YAENVrFtO6E>
- Factorización x^2+mx+n : <https://www.youtube.com/watch?v=4bCKKe3mR08>
- método del aspa: <https://www.youtube.com/watch?v=RChv5xhNTgY>